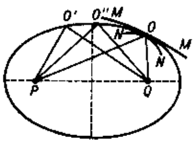
хождение им границы раздела двух сред с разными n. Все три случая (минимальности, максимальности и стационарности пути) можно проиллюстрировать, рассматривая отражение луча света от вогнутого зеркала (рис.). Если зеркало имеет форму эллипсоида вращения, а свет распространяется от одного его фокуса P к другому Q (причём путь без отражения невозможен), то оптич. длина пути луча $PO'+O'Q$ по свойствам эллипсоида равна всем остальным возможным, напр. $PO''+O''Q$; если на пути между теми же точками свет отражается от зеркала меньшей, чем у эллипсоида, кривизны (MM), реализуется мин. путь, если же большей (зеркало NN) — максимальный.



В *волновой оптике* Ф. п. представляет собой предельный случай *Гюйгенса — Френеля принципа* и применим, если можно пренебречь *дифракцией света* (когда длина световой волны мала по сравнению с наименьшими характерными для задачи размерами): рассматривая лучи как нормали к волновым поверхностям, легко показать, что при всяком распространении света оптич. длины будут иметь экстремальные значения. Во всех случаях, когда необходимо учитывать дифракцию, Ф. п. (как и геом. оптика вообще) неприменим.

Лит.: Fermat P., Oeuvres, [v. 1—5], P., 1891—1922; Крауфорд Ф., Волны, пер. с англ., 3 изд., М., 1984; см. также лит. при ст. *Геометрическая оптика*.

А. П. Гагарин.

ФÉРМИ — внесистемная единица длины, равная 10^{-15} м. Названа в честь Э. Ферми (E. Fermi). Применяется в физике элементарных частиц и ядерной физике. Иногда сокращённо обозначают Ф или Фм.

ФÉРМИ-ГАЗ — газ из частиц с полуцелым (в единицах $\hbar$) спином, подчиняющихся квантовой *Ферми — Дирака статистике*. Ф.-г. из невзаимодействующих частиц наз. идеальным, а в отсутствие внеш. полей — свободным. К Ф.-г. относятся: электроны в металлах и полупроводниках, газы из атомов с нечётным числом нуклонов (напр., ^{3}He); электроны в атомах с большими атомными номерами, изучаемые в *Томаса — Ферми теории*; нуклоны в тяжёлых сильно возбуждённых ядрах, описываемые в рамках *статистической модели ядра*; элементарные возбуждения электронов, взаимодействующих с фононами в кристаллич. решётке, и т. д. (см. также *Ферми-жидкость*).

Термодинамич. свойства Ф.-г. определяются большим канонич. распределением Гиббса:

$$w_{i,N}=\exp\left\{\frac{\Omega+\mu N-E_{i,N}}{kT}\right\}, \qquad (1)$$

$$\Omega=-kT\ln\sum_{i,N}\exp\left\{-\frac{E_{i,N}-\mu N}{kT}\right\}, \qquad (2)$$

где $E_{i,N}$ — энергия системы N ферми-частиц в квантовом состоянии i; μ — хим. потенциал; T — темп-ра; V — объём системы; Ω (T, μ, V) — термодинамич. потенциал в переменных T, μ, V, определяющий энтропию $S=-(\partial\Omega/\partial T)_{\mu,V}$ и ср. число частиц $\bar{N}=-(\partial\Omega/\partial\mu)_{T,V}$.

Для идеального квантового газа $E_{i,N}=\varepsilon_i n_i$, где ε_i — энергия частицы в квантовом состоянии i; для Ф.-г. числа заполнения $n_i=1$ или 0 (для Бозе-газа $n_i=0$, 1, 2 ...), $N=\sum_i n_i$, тогда

$$\Omega=-kT\sum_i\ln\left(1+\exp\frac{\mu-\varepsilon_i}{kT}\right). \qquad (3)$$

Для свободного идеального газа нерелятивистских частиц $\varepsilon=p^2/2m$, и после перехода от суммирования к интегрированию по непрерывному спектру получим

$$\Omega=-pV=-\frac{2}{3}\frac{gVm^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3}\int_0^\infty\frac{\varepsilon^{3/2}d\varepsilon}{\exp\left[(\varepsilon-\mu)/kT\right]+1}=-\frac{2}{3}\bar{E}, \qquad (4)$$

где g — фактор вырождения ($g=2$ для частиц со спином 1/2); $\bar{E}$ — ср. энергия Ф.-г. Ф-ла (4) вместе с выражением для ср. плотности частиц

$$\frac{\bar{N}}{V}=\frac{gm^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3}\int_0^\infty\frac{\sqrt{\varepsilon}\,d\varepsilon}{\exp\left[(\varepsilon-\mu)/kT\right]+1} \qquad (5)$$

определяет ур-ние состояния для идеального Ф.-г. в параметрич. виде как ф-цию от $\exp(-\mu/kT)$ (т. н. активности, см. *Фугитивность*).

При $T=0$ К идеальный Ф.-г. находится в осн. состоянии, его частицы заполняют все квантовые уровни вплоть до зависящей от плотности *ферми-энергии* $\mathscr{E}_F=(6\pi^2/g)^{2/3}(\hbar^2/2m)(N/V)^{2/3}$, а все уровни выше $\mathscr{E}_F$ свободны. Энергии Ферми $\mathscr{E}_F$ соответствует предельный, или граничный, *ферми-импульс* p_F, $\mathscr{E}_F=p_F^2/2m$, а также *вырождения температура* $T_0=\mathscr{E}_F/k$, ниже к-рой у. Ф.-г. начинают существенно проявляться квантовые свойства.

В неидеальном Ф.-г., как и в идеальном, граничный импульс Ферми p_F соответствует скачку на *ферми-поверхности* в ф-ции распределения ферми-частиц по импульсам. Импульс p_F разделяет элементарные возбуждения типа электрона вне сферы Ферми и «дырки» внутри её. Величина скачка уменьшается вследствие взаимодействия между частицами, но его положение не меняется. Притяжение может существенно изменить ф-цию распределения элементарных возбуждений благодаря возникновению связанных состояний, напр. коррелированных пар электронов при фазовом переходе металла в сверхпроводящее состояние (см. *Купера эффект*).

Ф.-г. заряж. частиц, напр. электронов, между к-рыми действуют кулоновские силы отталкивания, с возрастанием плотности становится всё более идеальным, т. к. при этом кинетич. энергия растёт быстрее, чем кулоновская.

Спектр элементарных возбуждений для неидеального Ф.-г. (в реальных моделях), в отличие от идеального, обладает конечным затуханием, к-рое стремится к нулю на поверхности Ферми пропорционально $(p-p_F)^2/p_F^2$.

Неидеальные Ф.-г. кроме элементарных возбуждений фермиевского типа могут иметь возбуждения бозевского типа, к-рым соответствуют согласованные, коллективные движения частиц, напр. звуковые или плазменные колебания (см. *Коллективные переменные*).

В качестве примера теории неидеального Ф.-г. рассмотрим явление *сверхпроводимости* на основе *Бардина — Купера — Шриффера модели* (БКШ модели). В сверхпроводнике электроны с противоположно направленными спинами и импульсами вблизи поверхности Ферми испытывают притяжение вследствие квантового обмена фононами. Если величина этого притяжения больше, чем влияние кулоновского отталкивания между электронами (уменьшенного вследствие эффекта экранирования), то возможно образование коррелированных пар электронов с противоположно направленными импульсами и спинами (т. н. куперовских пар), что является причиной перехода металла в сверхпроводящее состояние.

Этот эффект можно учесть, если заменить взаимодействие электронов с фононным полем на прямое взаимодействие между электронами с противоположно направленными импульсами и спинами (модель БКШ) исходя из гамильтониана

$$\mathscr{H}=\mathscr{H}_0+\mathscr{H}_{\text{вз}}=\sum_f T_f a_f^+ a_f-\frac{1}{2V}\sum_{ff'}J_{ff'}a_f^+ a_{-f}^+ a_{-f'}a_{f'}, \qquad (6)$$

где $f=(\boldsymbol{k},\sigma)$, $-f=(-\boldsymbol{k},-\sigma)$ (σ — спиновый индекс, принимающий два значения $^1/_2$ и $-^1/_2$; $\boldsymbol{k}$ — импульс электрона); $T_f=(k^2/2m)-\mu$ (μ — хим. потенциал); a_f^+, a_f — операторы, удовлетворяющие фермиевским перестановочным соотношениям. Ф-ции $J_{ff'}$ вещественны и обладают свойством

$$J_{ff'}=J_{f'f}=-J_{-f'f}.$$

Если в качестве нулевого приближения выбрать гамильтониан невзаимодействующих частиц $\mathscr{H}_0$, как это делается в обычной теории возмущений, то оператор взаимодействия $\mathscr{H}_{\text{вз}}$ даёт при $V\to\infty$ асимптотически малый вклад (в пределе равный нулю) во всех приближениях *термодинамической теории возмущений*. Это позволяет ещё более